

## Stromverteilung und Strahlungsdiagramm einer Linearantenne

### Linearantenne

Bei der Linearantenne handelt es sich um eine der einfachsten Antennenbauformen. Betrachtet werden zum einen die Dipolantenne, bestehend aus zwei geraden Metalldrähten der Länge  $l_1$  bzw.  $l_2$  und zum anderen die Monopolanterenne, als einzelner Draht über ideal leitfähigem Grund. Die Animation zeigt sowohl die Stromverteilung als auch das Strahlungsdiagramm (Fernfeld) für verschiedene Verhältnisse  $l/\lambda$  und  $l_1/l_2$ , wobei zwischen der Dipol- und Monopolanregung umgeschaltet werden kann.

#### 1.) Berechnung der Stromverteilung entlang der Linearantenne

Zur Berechnung des Strahlungsdiagramms ist es zunächst notwendig, die Stromverteilung entlang der Linearantenne zu bestimmen, um die Beiträge der infinitesimalen Stromelemente danach entsprechend aufzutegrieren und somit das Fernfeld berechnen zu können.

Ausgangspunkt dieser Betrachtung ist zunächst die Definitionsgleichung des Vektorpotentials  $\underline{\mathbf{A}}$ : 
$$\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \underline{\mathbf{j}}(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c) dV'$$
 Auf Grund der Tatsache, dass  $l \ll \lambda$ , vereinfacht sich (1) basierend auf der Dünndrahtnäherung für  $z \approx z'$  zu: 
$$\underline{\mathbf{A}}(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \underline{\mathbf{j}}(z') dz'$$

Um nun die Stromverteilung entlang der Linearantenne berechnen zu können, muss die gesuchte Stromverteilung zunächst mit Hilfe einer Differentialgleichung beschrieben und anschließend unter Zuhilfenahme entsprechender Randbedingungen gelöst werden, wobei sich die benötigte Differentialgleichung aus (2) und  $\underline{\mathbf{E}}_z = -\text{grad} \phi - \dot{\underline{\mathbf{A}}}$  unter Berücksichtigung der entsprechenden Randbedingung auf der Drahtoberfläche:  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{tan}} = 0$ , wie folgt ergibt: 
$$\frac{d^2 \underline{\mathbf{I}}(z)}{dz^2} + k^2 \underline{\mathbf{I}}(z) = 0$$

Mit Hilfe des Separationsansatzes resultiert abschließend für den Einspeisestrom  $\underline{\mathbf{I}}_0$  am Speisepunkt  $z=0$  folgende Lösung für die Differentialgleichung in (4): 
$$\underline{\mathbf{I}}(z) = \underline{\mathbf{I}}_0 \left[ \cos(kz) \cos\left(\frac{z}{2}\right) + \sin(kz) \sin\left(\frac{z}{2}\right) \right]$$

#### 2.) Berechnung des Strahlungsdiagramms

Zur Berechnung des Fernfeldes bzw. Strahlungsdiagramms wird nun auf den infinitesimalen Fernfeldbeitrag eines Hertzchen Dipols:  $\underline{\mathbf{E}}_{\theta} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{d^2 \underline{\mathbf{p}}}{dt^2} \frac{1}{r}$  zurückzugegriffen, da die Stromverteilung  $\underline{\mathbf{I}}(z)$  bereits bekannt ist.

Unter Zuhilfenahme der Parallelstrahlapproximation lässt sich der Ausdruck in (6) vereinfachen, wobei zu beachten ist, dass der minimale Abstandsunterschied bei der Abstandskarakteristik zwar vernachlässigt werden kann aber bei der Phasenretardierung Berücksichtigung finden muss.

Es ergibt sich zunächst das folgende Integral: 
$$\underline{E}_{\theta,n} = \frac{1}{4\pi} \int_{-z_n}^{z_n} \int_{-\sqrt{1-z^2}}^{\sqrt{1-z^2}} \frac{1}{r^2} \sin\theta \, d\Omega \, e^{-jkz} \cos\theta \, dz$$
 dessen Lösung das elektrische Fernfeld der Linearantenne und somit die gewünschte Strahlungscharakteristik liefert.

### 3.) Betrachtungen zur Monopolantenne - Spiegelung an leitender Ebene

Um sowohl die Stromverteilung als auch die Strahlungscharakteristik für die Monopolanregung berechnen zu können, kann zum einen analog zur Dipolanregung vorgegangen werden, zum anderen besteht allerdings auch die Möglichkeit das Spiegelungsprinzip zu verwenden.

Bei der Verwendung des Spiegelungsprinzips wird in diesem Fall jedes infinitesimale, vertikale Stromelement aus dem oberen Halbraum im gleichen Abstand an der leitenden Ebene gespiegelt, wobei die Richtung des Stromelements beibehalten wird. Dies führt dazu, dass die entsprechende Spiegelerdsatzanordnung identisch zur Dipolanregung ist und somit die Ergebnisse für die Stromverteilung und die Strahlungscharakteristik im oberen Halbraum ebenfalls identisch zur Dipolanregung sein müssen.

### 4.) Literatur

[1] Leone, Marco: *Theoretische Elektrotechnik - Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure*, Berlin Heidelberg New York : Springer Verlag, 2020. - ISBN 978-3-658-29207-2